ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 11 ΙΟΥΛΙΟΥ 2005
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1$^{\text{Ο}}$

1. α , 2. β , 3. γ , 4. δ.

5. α. Σ β. Σ γ. Σ δ. Σ ε. Λ

ΘΕΜΑ 2$^{\text{Ο}}$

1. → α

$$I = \omega Q, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\omega_1 Q}{\omega_2 Q} = \frac{\frac{2\pi}{T_1}}{\frac{2\pi}{T_2}} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{2T_1}{T_1} \Rightarrow I_1 = 2I_2$$

2. → β

4 δεσμοί $d = 3\frac{\lambda_1}{2}$ και 9 δεσμοί $d = 8\frac{\lambda_2}{2}$

$u = \lambda f$

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{\lambda_1 f_1}{\lambda_2 f_2} \overset{u_1 = u_2}{\Rightarrow} 1 = \frac{\frac{2}{3}df_1}{\frac{2}{8}df_2} \Rightarrow f_2 = \frac{8}{3}f_1$$

3. → γ

Αφού οι άνθρωποι πλησιάζουν τον άξονα περιστροφής $I_2 < I_1$

$$\text{Α.Δ.Σ.} \quad \vec{L}_1 = \vec{L}_2 \Rightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

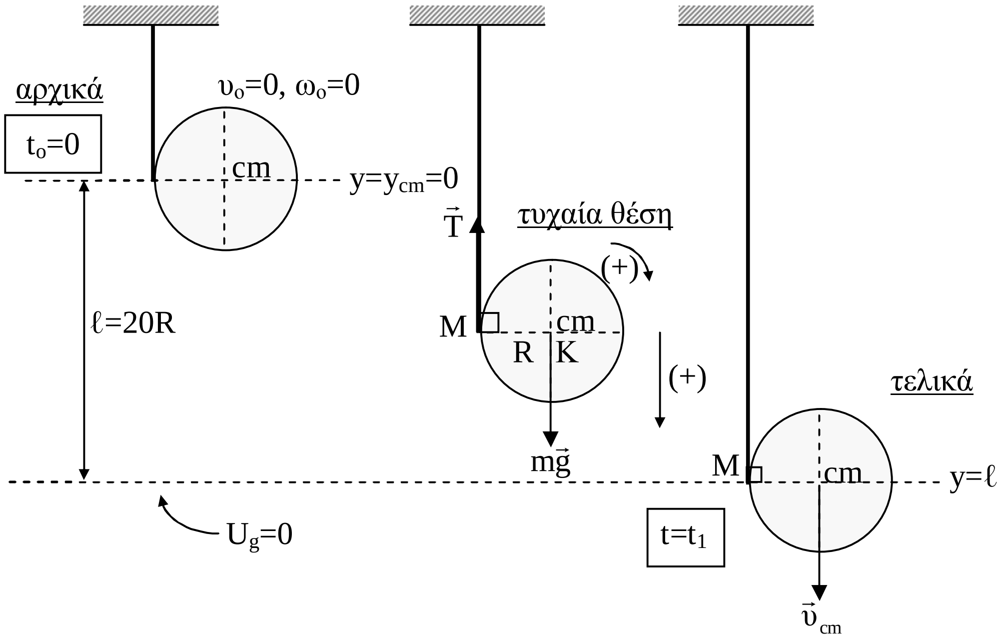
$$K = \frac{1}{2}I\omega^2, \text{ άρα } \frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}I_1\omega_1^2}{\frac{1}{2}I_2\omega_2^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{I_2}{I_1} < 1 \Rightarrow K_2 > K_1$$

4. → α

$$\text{Α.Δ.Ο.} \quad \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \Rightarrow m_1u_1 - m_2u_2 = 0 \Rightarrow mu_1 = 4mu_2 \Rightarrow u_2 = \frac{u_1}{4}$$

$$Q = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}4mu_2^2 - 0 \Rightarrow Q = \frac{5}{4}K$$

3° Θέμα Λύση:



Με εφαρμογή του 2ου Νόμου του Newton για τη μεταφορική κίνηση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου έχουμε:

$$\Sigma F = \Sigma F_y = m\alpha_{cm} \Rightarrow mg - T = m\alpha_{cm} \Rightarrow T = mg - m\alpha_{cm} \quad (1)$$

Με εφαρμογή του Θεμελιώδους Νόμου της Περιστροφής για τον κύλινδρο έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(K)} = I\cdot\alpha_\gamma \Rightarrow \tau_T = I\cdot\alpha_\gamma \Rightarrow T\cdot R = I\cdot\alpha_\gamma \Rightarrow T = \frac{I}{R}\cdot\alpha_\gamma \quad (2)$$

Αφού το νήμα είναι τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου, θα ισχύει:

$$\alpha_{cm} = \alpha_\gamma\cdot R \quad \text{ή} \quad \alpha_\gamma = \frac{\alpha_{cm}}{R} \qquad (3)$$

Η εξίσωση (2) σύμφωνα με την (3) γίνεται:

$$T = \frac{I}{R}\cdot\frac{\alpha_{cm}}{R} \quad \text{ή} \quad T = \frac{I}{R^2}\cdot\alpha_{cm} \quad (4)$$

Επομένως η εξίσωση (4) σύμφωνα με την (1) δίνει:

$$\frac{I}{R^2}\alpha_{cm} = mg - m\alpha_{cm} \Rightarrow I\cdot\alpha_{cm} = mgR^2 - mR^2\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm}(I + mR^2) = mgR^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{mgR^2}{I + mR^2} = \text{σταθ.} \quad (5)$$

Αφού α_{cm}=σταθ., για την κίνηση του cm του κυλίνδρου ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\left.\begin{aligned} \upsilon_{cm} &= \alpha_{cm}\cdot t \\ y_{cm} &= \frac{1}{2}\alpha_{cm}\cdot t^2 \end{aligned}\right\} \underset{y_{cm}=\ell}{\overset{t=t_1}{\Rightarrow}} \left.\begin{aligned} \upsilon_{cm} &= \alpha_{cm}\cdot t_1 \\ \ell &= \frac{1}{2}\alpha_{cm}\cdot t_1^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} t_1 &= \frac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}} \\ \ell &= \frac{1}{2}\alpha_{cm}\cdot t_1^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} t_1 &= \frac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}} \\ \ell &= \frac{1}{2}\alpha_{cm}\cdot\left(\frac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}}\right)^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} t_1 = \dfrac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}} \\ \ell = \dfrac{\upsilon_{cm}^2}{2\alpha_{cm}} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} t_1 = \dfrac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}} \\ \alpha_{cm} = \dfrac{\upsilon_{cm}^2}{2\ell} \end{array}\right\} \overset{(\ell=20R)}{\Rightarrow} \left.\begin{array}{l} t_1 = \dfrac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}} \\ \alpha_{cm} = \dfrac{2^2}{2\cdot 20\cdot 0,015}\,m/s^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \underline{t_1 = 0,3s} \\ \underline{\alpha_{cm} = \dfrac{20}{3}\,m/s^2} \end{array}.$$

α) Επιστρέφοντας τώρα στην εξίσωση (5), για τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του έχουμε:

$$\alpha_{cm} = \frac{mgR^2}{I + mR^2} \Rightarrow I + mR^2 = \frac{mgR^2}{\alpha_{cm}} \Rightarrow I = mR^2\left(\frac{g}{\alpha_{cm}} - 1\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = mR^2\left(\frac{10m/s^2}{(20/3)m/s^2} - 1\right) \Rightarrow \boxed{I = \frac{1}{2}mR^2 = 1,35\cdot 10^{-5}\,kg\cdot m^2} \quad (6).$$

β) Για το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου έχουμε:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau_{(K)} \Rightarrow \frac{dL}{dt} = \tau_T \Rightarrow \frac{dL}{dt} = T\cdot R \quad (7)$$

Η (4) σύμφωνα με την (6) γίνεται:

$$T = \frac{1}{R^2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow T = \frac{1}{2}m\alpha_{cm} = \frac{1}{2}\cdot\frac{12}{100}\cdot\frac{20}{3}N \Rightarrow \underline{\underline{T = 0,4N}}.$$

Επομένως η (7) δίνει: $\dfrac{dL}{dt} = \dfrac{4}{10}\cdot\dfrac{15}{1000}\dfrac{Kg\cdot m^2}{s^2} \Rightarrow \boxed{\dfrac{dL}{dt} = 6\cdot 10^{-3}\dfrac{Kg\cdot m^2}{s^2}}$

γ) - Αφού το νήμα κόβεται, για $t \geq t_1$ θα ισχύει

$T = 0$ ή $\Sigma\tau_{(K)} = \tau_T = 0$ ή $\alpha_\gamma = 0$ (***στροφική ομαλή κίνηση***) οπότε $\omega = \omega_1 = \dfrac{\upsilon_{cm}}{R} = σταθ.$

Δηλαδή: $\omega_2 = \omega_1 = \dfrac{\upsilon_{cm}}{R} = \dfrac{2}{\frac{15}{1000}}\,r/s$ ή $\omega_2 = \dfrac{2\cdot 1000}{15}\,r/s$ ή $\omega_2 = \dfrac{400}{3}\,r/s$.

Επομένως είναι:

για $t \geq t_1 \rightarrow L = L_2 = I\cdot\omega_2 = σταθ. \rightarrow L = L_2 = 1,8\cdot 10^{-3}Kg\cdot m^2/s$.

- Για τη γωνία που διαγράφει μια ακτίνα του κυλίνδρου στο χρόνο $\Delta t = 0,8sec$ έχουμε

$$\omega = \omega_2 = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = σταθ. \Rightarrow \Delta\varphi = \omega_2\cdot\Delta t = \frac{400}{3}\cdot 0,8\,rad \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{320}{3}\,rad.$$

Επομένως, ο αριθμός των περιστροφών που έκανε ο κύλινδρος στο χρόνο $\Delta t = 0,8sec$, είναι

$$N = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{320}{3\cdot 2\pi}\text{ περιστροφές} \Rightarrow \underline{\underline{N = \frac{160}{3\pi}\text{ περιστροφές}}}.$$

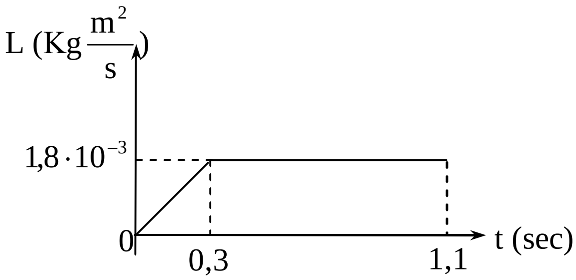
δ) Για το μέτρο της στροφορμής όταν $0 \leq t \leq t_1 = 0,3s$ έχουμε:

$$\left.\begin{array}{l} L = I\cdot\omega \\ \omega = \alpha_\gamma t \end{array}\right\} \Rightarrow L = I\cdot\alpha_\gamma\cdot t \Rightarrow L = I\frac{\alpha_{cm}}{R}t \Rightarrow \boxed{L = 6\cdot 10^{-3}t} \quad (S.I.)$$

Επομένως για τη συνάρτηση L=L(t) έχουμε:

$$L=\begin{cases}6\cdot10^{-3}\,t\,, & 0\le t\le 0{,}3s\\ 1{,}8\cdot10^{-3}\,, & 0{,}3\le t\le 1{,}1s\end{cases}\quad \text{(S.I.)}$$

Το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή t=0 μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο 0,8s αφού κόπηκε το νήμα, φαίνεται παρακάτω.



<u>Ενεργειακή προσέγγιση του ερωτήματος α)</u>

Αφού η τάση του νήματος δεν παράγει συνολικά έργο, μπορούμε να εφαρμόσουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. $(y=0\rightarrow y=\ell=20R)$. Δηλαδή:

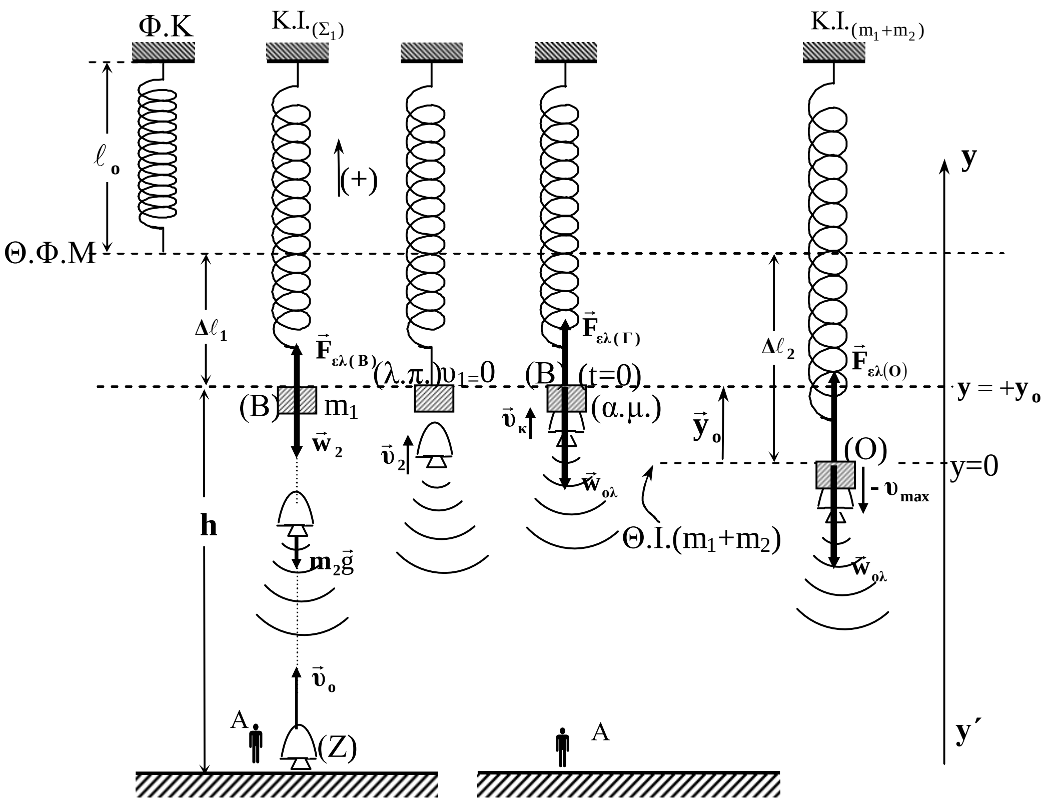
$$mg\ell+0=0+\frac{1}{2}I\cdot\omega_1^2+\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2\overset{(\upsilon_{cm}=\omega_1\cdot R)}{\Rightarrow} mg20R=\frac{1}{2}I\cdot\frac{\upsilon_{cm}^2}{R^2}+\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2\Rightarrow$$

$$2mg20R^3=I\cdot\upsilon_{cm}^2+m\upsilon_{cm}^2R^2\Rightarrow 40mgR^3-mR^2\upsilon_{cm}^2=I\upsilon_{cm}^2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow I=\frac{mR^2(40gR-\upsilon_{cm}^2)}{\upsilon_{cm}^2}\Rightarrow I=mR^2\left(\frac{40gR}{\upsilon_{cm}^2}-1\right)\Rightarrow I=mR^2\left(\frac{40\cdot10}{4}\cdot\frac{15}{1000}-1\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\boxed{I=\frac{1}{2}mR^2=1{,}35\cdot10^{-5}Kg\cdot m^2}.$$

<u>4° Θέμα Λύση:</u>



α) Έστω f_2 η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής λίγο πριν την κρούση και υ_2 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_2 λίγο πριν συγκρουστεί με το σώμα Σ_1. Τότε θα ισχύει:

$$f_2 = f_s \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_2} \quad (1)$$

Για την ταχύτητα υ_2 με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε.$_{(Z \to B(\lambda.\pi.))}$ για την κίνηση του σώματος Σ_2 πριν την κρούση έχουμε :

$$\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^{\ 2} - \frac{1}{2}m_2\upsilon_o^{\ 2} = W_{m_2g}^{Z\to B} \Rightarrow \frac{1}{2}m_2(\upsilon_2^{\ 2} - \upsilon_o^{\ 2}) = -m_2gh \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_2^{\ 2} - \upsilon_o^{\ 2} = -2gh \Rightarrow \underline{\underline{\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_o^{\ 2} - 2gh}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{12^2 - 2\cdot 10\cdot 2{,}2}\ \text{m/s} \Rightarrow \upsilon_2 = 10\text{m/s}.$$

Με αντικατάσταση στην εξίσωση (1) προκύπτει

$$f_2 = 700\frac{340}{340+10}\text{Hz} = 700\frac{340}{350}\text{Hz} \quad \text{ή} \quad \underline{\underline{f_2 = 680\text{Hz}}}\ .$$

β) Για την επιμήκυνση $\Delta\ell_1$ του ελατηρίου στη Θ.Ι (Β) του σώματος Σ_1 έχουμε:

$$\Sigma F_{(B)} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda(B)} - m_1g = 0 \Rightarrow k\Delta\ell_1 = m_1g \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{m_1g}{k} = \frac{17\cdot 10}{60}m \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{17}{6}m$$

Στη Θ.Ι. (Ο) του συσσωματώματος ισχύει:

$$\Sigma F_{(0)} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda(0)} - (m_1 + m_2)g = 0 \Rightarrow k\Delta\ell_2 = (m_1 + m_2)g \quad (2)$$

$$\text{και} \quad \Delta\ell_2 = \frac{(m_1+m_2)g}{k} \Rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{20}{6}\text{m}$$

Για την αλγεβρική τιμή της $\Sigma\vec{F}$ που ασκείται στο συσσωμάτωμα στη θέση Β (μπορεί να θεωρηθεί τυχαία θέση) με θετική φορά αυτή της απομάκρυνσης έχουμε:

$$\Sigma F = F_{\varepsilon\lambda} - (m_1 + m_2)g = k(\Delta\ell_2 - y_o) - (m_1 + m_2)g \overset{(2)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \quad \Sigma F = k\Delta\ell_2 - ky_o - k\Delta\ell_2 \Rightarrow \Sigma F = -ky_o,\ y_o = +y, \quad \underline{\underline{\Sigma F = -ky}} \quad (3)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση (3) το συσσωμάτωμα εκτελεί Α.Α.Τ με D=k, περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\text{sec}$ και γωνιακή συχνότητα $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \sqrt{3}\ \text{rad/sec}$.

Για το μέτρο της απομάκρυνσης του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση έχουμε:

$$\Delta\ell_2 = \Delta\ell_1 + |\vec{y}_o| \Rightarrow |\vec{y}_o| = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_1 \Rightarrow |\vec{y}_o| = \frac{20}{6}\text{m} - \frac{17}{6}\text{m} \Rightarrow |\vec{y}_o| = 0{,}5\text{m}$$

Για την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\kappa$ του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση έχουμε

$$\text{Α.Δ.Ο.}_{(B)}: \quad \vec{P}_{(\lambda.\pi.)} = \vec{P}_{(\alpha.\mu.)} \Rightarrow m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1+m_2)\,\vec{\upsilon}_\kappa \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{\upsilon}_\kappa = \frac{m_2}{m_1+m_2}\vec{\upsilon}_2 \Rightarrow \begin{cases} \vec{\upsilon}_\kappa \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}_2,\ \text{αφού}\ \dfrac{m_2}{m_1+m_2} > 0 \\ \upsilon_\kappa = \dfrac{m_2}{m_1+m_2}\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_\kappa = 1{,}5\text{m/sec} \end{cases}$$

Για το πλάτος της Α.Α.Τ του συσσωματώματος έχουμε

Α.Δ.Ε.Τ: $E_T = K_{\Sigma\Sigma} + U_T = \sigma\tau\alpha\theta.$ ή $E_T = K_{\Sigma\Sigma_{(B)}} + U_{T_{(B)}}$ ή $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa{}^2 + \frac{1}{2}ky_o{}^2$ ή

$$A = \sqrt{\frac{(m_1+m_2)\upsilon_\kappa{}^2 + ky_o{}^2}{k}} = \sqrt{\frac{20\cdot\frac{9}{4}+60\frac{1}{4}}{60}}m \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ **A=1m**

Προσδιορισμός αρχικής φάσης:

$$y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o) \qquad (4)$$

$$V = V_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o) \quad (5)$$

Κατά τη θεωρούμενη ως t=0 χρονική στιγμή είναι $y = y_o = +\frac{1}{2}m$ ή $y = y_o = \frac{A}{2}$ και $V = \upsilon_\kappa > 0$,οπότε

$$\left.\begin{array}{l} (4)\xrightarrow{t=0}\frac{A}{2} = A\eta\mu(\omega\cdot 0+\varphi_o) \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = \frac{1}{2} \\ (5)\xrightarrow{t=0} V = V_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega\cdot 0+\varphi_o) = \upsilon_\kappa > 0 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi_o > 0 \end{array}\right\} \overset{(0\le\varphi_o<2\pi)}{\Rightarrow} \underline{\varphi_o = \frac{\pi}{6}}.$$

Επομένως η σχέση απομάκρυνσης –χρόνου είναι:

$$\underline{\underline{y = 1\cdot\eta\mu(\sqrt{3}t + \frac{\pi}{6})\ (S.I.)}}$$

γ) Για τη σχέση που ζητείται έχουμε:

$$f_A(t) = f_s\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} + V(t)} \quad (6)$$

Η εξίσωση ταχύτητας –χρόνου για την απλή αρμονική ταλάντωση του συσσωματώματος , σύμφωνα με την σχέση (5), είναι

$$V = \omega\cdot A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \text{ ή } V = \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu(\sqrt{3}t + \frac{\pi}{6}) \quad (S.I.)\ (7)$$

Επομένως η εξίσωση (6) σύμφωνα με την εξίσωση (7) δίνει:

$$\underline{\underline{f_A(t) = 700\frac{340}{340 + \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu(\sqrt{3}t + \frac{\pi}{6})}}} \qquad (S.I.)$$

δ) Η μέγιστη συχνότητα ήχου $f_{A(max)}$ που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής αντιστοιχεί στη συχνότητα ήχου που εκπέμπεται από τη σειρήνα όταν διέρχεται από τη Θ.Ι της ταλάντωσης κινούμενη προς τα κάτω ($V=-V_{max}$), ενώ η ελάχιστη $f_{A(min)}$ όταν διέρχεται από την ίδια θέση κινούμενη προς τα πάνω ($V = +V_{max}$). Οπότε για το ζητούμενο λόγο έχουμε:

$$\left.\begin{array}{l} f_{A(max)} = 700\frac{340}{340-\sqrt{3}}Hz \\ f_{A(min)} = 700\frac{340}{340+\sqrt{3}}Hz \end{array}\right\} \overset{(\div)}{\Rightarrow} \underline{\underline{\frac{f_{A(max)}}{f_{A(min)}} = \frac{340+\sqrt{3}}{340-\sqrt{3}}}}.$$